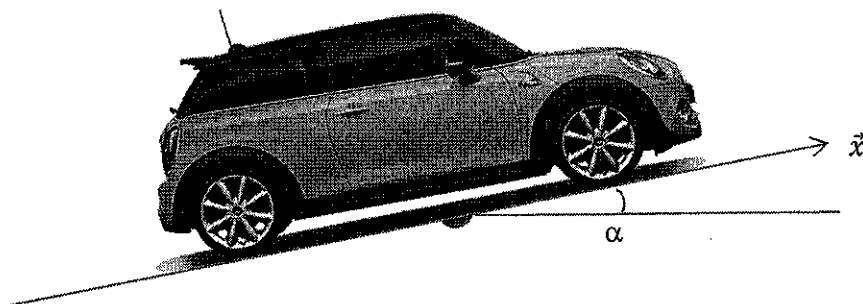


Contrôle de Mécanique
du 18/06/2015

Tous documents autorisés - Durée 3h

Tout objet connecté interdit (Téléphone portable, Tablettes, PC, montre, etc)
Sujet à rendre avec la copie – Répondre au dos de chaque feuille

EXERCICE 1



Un véhicule automobile de masse $m = 1300$ kg roule sur le plat ($\alpha = 0$) à une vitesse stabilisée de 50 km/h. Elle commence une montée ayant une pente de 8% ($\text{tg } \alpha = 0,08$). Le véhicule doit accélérer de manière uniforme pour atteindre une vitesse de 90 km/h en 4,5s.

- 1) Représentez sur le dessin les différentes forces en présence, à savoir la force motrice F_{MOT} , les forces de frottement F_{FROTT} , et la composante du poids suivant l'axe \vec{x} .
- 2) Calculez les vitesses en m/s
- 3) Calculez l'angle α en degrés
- 4) Calculez l'intensité de l'accélération supposée uniforme ($\gamma > 0$).
- 5) Quelle est la distance nécessaire pour passer de 50km/h à 90km/h.
- 6) On a évalué les forces de frottement à 250N.

Ecrire l'équation traduisant le principe fondamental de la dynamique ; (projection de la résultante sur l'axe de déplacement).

Quelle est la valeur de la force motrice nécessaire pour accélérer le véhicule.

Accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

EXERCICE 2 – APPLICATION DU THEOREME d'HUYGHENS

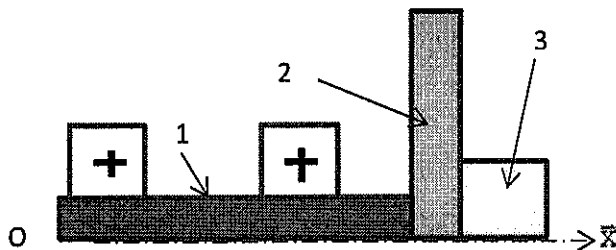


Soit une sphère homogène de rayon R et de masse volumique ρ .

- 1) Donner l'expression littérale de la masse $m = f(\rho, R)$
Calculer la masse de la sphère en acier ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$) de rayon $R = 50 \text{ mm}$
- 2) Donner sans la démontrer l'expression littérale du moment d'inertie I_{Gzs} de la sphère
 $I_{Gzs} = f(m, R)$ puis calculez I_{Gzs}
- 3) Cette sphère est reliée par un fil de masse négligeable au point O et tourne autour de l'axe fixe (O, \vec{z})
On désire calculer I_{Oz} de la sphère en appliquant le théorème d'Huyghens.
Quel est le terme complémentaire qu'il faut rajouter à I_{Gzs} . Exprimez le en fonction de $L=OG$ et de la masse m . Calculez ce terme complémentaire pour $L = 1 \text{ m}$. Que vaut le rapport entre ce terme complémentaire et I_{Gzs} . Calculez $\frac{\text{Terme complémentaire}}{I_{Gzs}}$
- 4) Calculer I_{Oz}

EXERCICE 3 – CALCUL D'UN COUPLE DE FROTTEMENT

On cherche à évaluer le couple de frottement généré par 2 roulements sur un arbre tournant autour de l'axe (O, \vec{x}) .



Un arbre en acier (S) peut être modélisé par 3 parties assemblées, 1, 2 et 3

L'arbre 1, de masse m_1 a une longueur ℓ_1 et un rayon r_1 . Le volant d'inertie est composé d'un arbre 2 de masse m_2 , de longueur ℓ_2 , de rayon r_2 . L'arbre 3, de masse m_3 a un rayon r_3 et une longueur ℓ_3 .

Donnez l'expression littérale du moment d'inertie de l'arbre 1 par rapport à l'axe (O, \vec{x})

Donnez l'expression littérale du moment d'inertie de l'arbre 2 par rapport à l'axe (O, \vec{x})

Donnez l'expression littérale du moment d'inertie de l'arbre 3 par rapport à l'axe (O, \vec{x})

Calculez les masses m_1 , m_2 et m_3

Calculez les moments d'inertie des 3 parties $I_{Ox(1)}$, $I_{Ox(2)}$, $I_{Ox(3)}$ et en déduire $I_{Ox}(S)$ avec $(S = 1 + 2 + 3)$

On lance l'arbre à 3000 t/min à l'aide d'un moteur. A l'instant t_0 on coupe l'alimentation du moteur et on le désaccouple de l'ensemble étudié qui va progressivement chuter en vitesse avec une décélération constante jusqu'à atteindre une vitesse angulaire nulle à l'instant t_1 .

Application numérique :

$$r_1 = 30 \text{ mm}, \ell_1 = 400, r_2 = 140, \ell_2 = 20$$

$$r_3 = 50, \ell_3 = 50, t_0 = 0, t_1 = 3 \text{ mn}, \rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$$

A partir des équations de la cinématique calculez la décélération $\dot{\omega}$ pour un mouvement circulaire uniformément varié. En appliquant le théorème de l'énergie-puissance (voir exercice perceuse) calculez le couple résistant de frottement C_f .

EXERCICE 4

Calculer l'énergie cinétique E_{c1} d'une voiture de masse 1300 kg roulant à la vitesse V_1 de 50 km/h. La voiture roule ensuite d'abord à une vitesse V_2 de 100 km/h puis à une vitesse V_3 150 km/h. Calculer les énergies cinétiques E_{c2} et E_{c3} à ces deux vitesses. Calculez les rapports des énergies si la vitesse est doublée ou triplée ; calculez $\frac{E_{c2}}{E_{c1}}$ puis $\frac{E_{c3}}{E_{c1}}$. Qu'en concluez-vous.

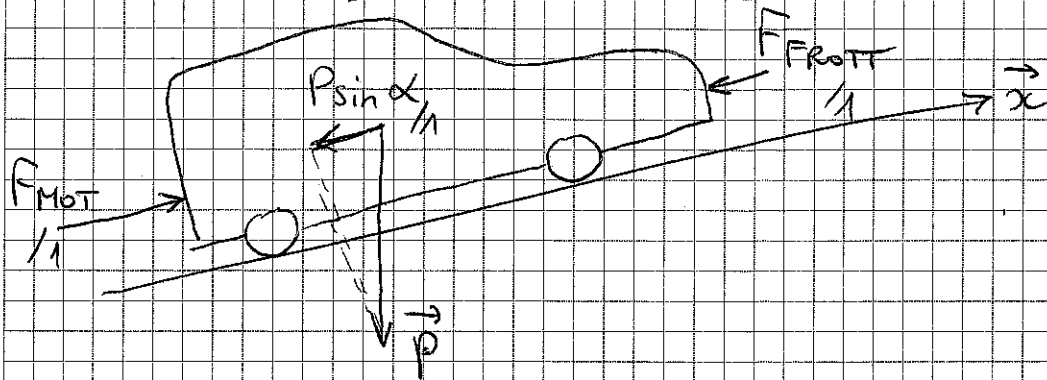
EXERCICE 5

Une balle de golf de masse $m = 45$ g tombe en chute libre sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 10$ m par rapport au sol, choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur.

1. Quelles sont les hypothèses du modèle de la chute libre? (Quelles sont les relations permettant de déterminer la vitesse V et la distance parcourue X). On négligera le frottement de l'air sur la balle.
2. Que vaut l'énergie mécanique de la balle lors d'une chute libre?
3. Donner l'énergie potentielle et l'énergie cinétique au début de la chute. En déduire l'énergie mécanique.
4. Donner l'énergie potentielle et l'énergie cinétique à la fin de la chute. On appellera V_f la vitesse finale de la balle lorsqu'elle rencontre le sol. En déduire l'énergie mécanique à cet instant.
5. L'énergie mécanique restant constante, en déduire la vitesse finale V_f

1/12

Exercice 1



Faces
1/3

2) Vitesses

1/1

$$V_0 = 50 \text{ km/h} = \frac{50}{3,6} = \underline{13,89 \text{ m/s}}$$

1/1

$$V_f = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} = \underline{25 \text{ m/s}}$$

1/1

3) Angle α $\text{tg } \alpha = 0,08 \Rightarrow \alpha = \text{Arctg } 0,08$
 $\alpha = \underline{4,57^\circ}$

4) Accélération

$$a = \text{cte}$$

1/1

$$V = at + V_0$$

1/1

$$25 = a \times 4,5 + 13,89 \Rightarrow a = \frac{25 - 13,89}{4,5} = \underline{2,47 \text{ m/s}^2}$$

5) Distance nécessaire

1/1

$$X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + X_0 \quad \text{à } t=0 \quad X=0$$

1/1

$$= \frac{1}{2} \cdot 2,47 \cdot 4,5^2 + 13,89 \times 4,5 = \underline{87,5 \text{ m}}$$

1/1

6) $F_{\text{MOT}} - P \sin \alpha - F_{\text{Frott}} = m a$

$$F_{\text{MOT}} = P \sin \alpha + F_{\text{Frott}} + m a = m(g \sin \alpha + a) + F_{\text{Frott}}$$

1/1

$$= 1300 (9,81 \sin 4,57 + 2,47) + 250 = 4478 \text{ N}$$

$$= 1016 + 3211 + 250$$

18

EXERCICE 2

/1

$$1) m = \rho V = \frac{\rho 4\pi R^3}{3} =$$

/1

$$m = \frac{7800 \times 4 \times \pi \times (50 \cdot 10^{-3})^3}{3} = 4,084 \text{ kg}$$

/1

$$2) I_{G_{35}} = \frac{2}{5} m R^2$$

/1

$$I_{G_{35}} = \frac{2 \times 4,08 \times (50 \cdot 10^{-3})^2}{5} = 4,084 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

/1

$$3) \text{ Terme complémentaire} = m L^2$$

/1

$$= 4,08 \text{ avec } L = 1 \text{ m}$$

/1

$$\frac{\text{Terme complémentaire}}{I_{G_{35}}} = \frac{4,08}{4,08 \cdot 10^{-3}} = 1000$$

Le terme complémentaire est 1000 fois plus grand que $I_{G_{35}}$

/1

$$4) I_{O_3} = I_{G_{35}} + m L^2 = 4,088 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

14

EXERCICE 3

/2

Arbre 1: $I_{Ox(1)} = \frac{m_1 r_1^2}{2}$ avec $m_1 = \rho \pi r_1^2 l_1$
 $= 7800 \times 3,14 \times (30 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,400$
 $= 8,822 \text{ kg}$ /1,5

/2

Arbre 2: $I_{Ox(2)} = \frac{m_2 r_2^2}{2}$ /0,5
 $m_2 = \rho \pi r_2^2 l_2$
 $= 7800 \pi \cdot 0,14^2 \cdot 0,020$

/2

Arbre 3: $I_{Ox(3)} = \frac{m_3 r_3^2}{2}$ /0,5
 $= 9,606 \text{ kg}$ /1,5

$m_3 = \rho \pi r_3^2 l_3$
 $= 7800 \pi \cdot 0,05^2 \cdot 0,05 = 3,063 \text{ kg}$
 /1,5

$$/1 \quad I_{ox(1)} = \frac{m_1 r_1^2}{2} = \frac{8,822 \cdot 0,030^2}{2} = 3,97 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ kg}$$

$$/1 \quad I_{ox(2)} = \frac{m_2 r_2^2}{2} = \frac{9,606 \cdot 0,14^2}{2} = 94,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ kg}$$

$$/1 \quad I_{ox(3)} = \frac{m_3 r_3^2}{2} = \frac{3,063 \cdot 0,05^2}{2} = 3,83 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ kg}$$

$$/1 \quad I_{ox(s)} = 101,94 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ kg}$$

Calcul de la décélération

$$/0,5 \quad \omega = \dot{\omega} t + \omega_0 \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{\pi \cdot 3000}{30} = 100 \pi \text{ rad/s}$$

la vitesse angulaire finale ω est nulle à $t = 3 \text{ min}$

$$/1,5 \quad -\dot{\omega} t = \omega_0 \quad \rightarrow \quad \dot{\omega} = -\frac{\omega_0}{t} = -\frac{100 \pi}{180} = -1,745 \text{ rad/s}^2$$

Calcul du couple de frottement C_f

$$/1 \quad I_{ox(s)} \cdot \dot{\omega} = C_m - C_f$$

$$\text{à } t = 0 \quad C_m = 0$$

$$101,94 \cdot 10^{-3} \times -1,745 = -C_f$$

$$/1 \quad \Rightarrow C_f = 0,178 \text{ mN}$$

EXERCICE 4

$$/1 \quad E_{c1} = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1300}{2} \left(\frac{50}{3,6} \right)^2 = 125386 \text{ J}$$

$$/1 \quad E_{c2} = \frac{1}{2} m V_2^2 = \frac{1300}{2} \left(\frac{100}{3,6} \right)^2 = 501543 \text{ J}$$

$$/1 \quad \text{Rapport } \frac{E_{c2}}{E_{c1}} = 4 \quad \text{car } E_{c2} = E_{c1} f(2V_1)^2 = 4 E_{c1}$$

$$/1 \quad E_{c3} = \frac{1}{2} m V_3^2 = \frac{1300}{2} \left(\frac{150}{3,6} \right)^2 = 1.128.472 \text{ J}$$

$$/1 \quad \text{Rapport } \frac{E_{c3}}{E_{c1}} = 9 \quad \text{car } E_{c3} = f(3V_1)^2 = 9 E_{c1}$$

/1 L'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse, et pour cette raison l'énergie augmente fortement.

1/10 EXERCICE 5

1) Il s'agit d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, sous l'effet de la pesanteur g
 $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2 = \text{cte}$

$$/2 \quad V = gt + V_0$$

$$/2 \quad X = \frac{1}{2} gt^2 + V_0 t + X_0$$

$$2) \quad E_m = E_p + E_c = \text{cte}$$

/1 3) Début de la chute $E_p = mgh = 0,045 \times 9,81 \times 10 = 4,41 \text{ J}$
 $E_c = 0 \quad E_m = mgh$

/1 4) Fin de la chute $E_p = 0$
 $E_c = \frac{1}{2} m V_f^2 \quad E_m = \frac{1}{2} m V_f^2$

/2 5) $mgh = \frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow V_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 10} = 14 \text{ m/s}$