



**Contrôle de Mécanique
du 14/06/2017**

Tous documents autorisés - Durée 3h
Tout objet connecté interdit (montre, tablette, téléphone)
Sujet à rendre avec la copie

QUESTIONS à CHOIX MULTIPLES : Répondre ci-dessous en mettant une croix dans le carré de la réponse considérée bonne ; la totalité du sujet est à rendre ; vous pouvez justifier vos réponses au dos des feuilles.

Exercice 1

Une voiture accélère d'une position initiale de $x=150\text{m}$ avec une accélération de 4m/s^2 . Quel est le temps nécessaire pour qu'elle revienne en $x = 0$?

- (A) 4,47 s (B) 6,32 s (C) 7,16 s (D) 8,66 s

Exercice 2

Sur une distance identique X , qu'advient-il de la vitesse finale d'une voiture qui accélère si son accélération γ double ? La vitesse initiale est nulle. (Exprimer $V = f(\gamma, X)$)

- (A) $x2$ (B) $x\sqrt{2}$ (C) $\div 2$ (D) $\div\sqrt{2}$

Exercice 3 : Commentez vos choix

Un homme de 80 kg se trouve posé sur une balance dans un ascenseur lorsque celui-ci commence à accélérer vers le haut avec $a = 9,81\text{m/s}^2$. La balance affiche alors 160 kg . Identifier les propositions correctes.

- (A) L'homme gagne effectivement un redoublement de masse.
 (B) La balance est fautive, c'est le poids non pas la masse qui double.
 (C) L'accélération de l'ascenseur vers le haut diminue la gravité effective que l'homme ressent.
 (D) Si l'ascenseur chutait avec $a = 9,81\text{m/s}^2$ alors la balance afficherait 40 kg .

Exercice 4

On lâche une bille dans une parabole dont on pose le creux sur le zéro d'un axe x . L'équation de la parabole est $f(x) = 8x^2$. On lâche la bille en un endroit $x = -3\text{m}$. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie, quelle est alors la vitesse maximale de la bille (au creux) ?

- (A) $21,93\text{m/s}$ (B) $32,12\text{m/s}$ (C) $37,58\text{m/s}$ (D) $66,44\text{m/s}$

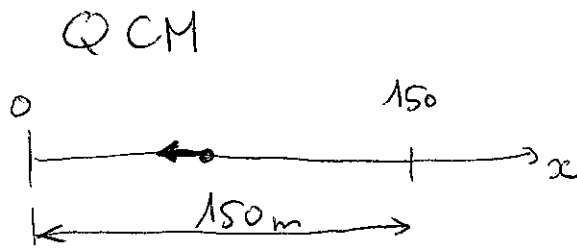
Exercice 5

On considère une roue fine de rayon R assimilée à une jante. Ainsi, on peut considérer qu'elle a une masse linéique ρ en kg/m constante. Si l'on double le rayon de la roue, qu'advient-il de son moment d'inertie par rapport à son axe ?

- (A) $x2$ (B) $x\sqrt{2}$ (C) $x8$ (D) $x4$

Barème : 4 points par exercice

Exercice 1

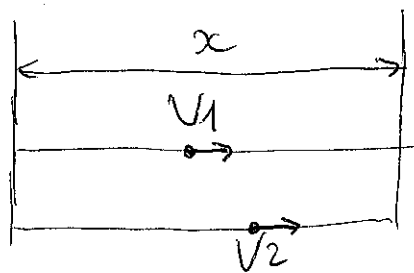


$$-g = \text{cte}$$
$$-V(t) = -gt + V_0 \text{ avec } V_0 = 0$$

$$x(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + x_0 \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = x_0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_0}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 150}{g}} = \sqrt{\frac{300}{g}} = \sqrt{75} = 8,66 \text{ s} \quad \boxed{\text{Rep. D}}$$

Exercice 2



$$V = gt \Rightarrow t = \frac{V}{g}$$

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + x_0$$
$$= \frac{1}{2}g \frac{V^2}{g^2} = \frac{V^2}{2g}$$

$$\text{d'où } V^2 = 2gx \Rightarrow V_1 = \sqrt{2gx}$$

$$\text{si } g = 2g \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \times 2g \times x} = \sqrt{2} V_1$$

$\boxed{\text{Rep B}}$

Exercice 3

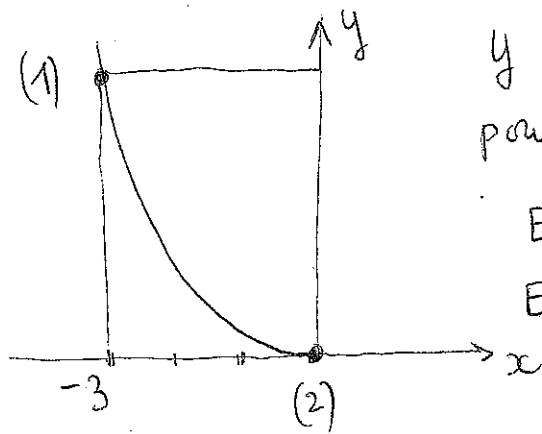
A faux : La masse ne change pas & l'endroit où l'on se trouve sur terre

B vrai : Car l'homme subit une accélération de $2g$

C faux

D faux : La balance devrait montrer zéro kg

Exercice 4



$$y = f(x) = 8x^2$$

$$\text{pour } x = -3 \quad y = 8 \times 9 = 72 \text{ m}$$

$$E_n(1): E_{pp} = mgh \quad E_c = 0$$

$$E_n(2): E_{pp} = 0 \quad E_c = \frac{1}{2} mV^2$$

L'énergie mécanique reste constante

$$E_m = E_{pp} + E_c = mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} mV^2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 72} = 37,58 \text{ m/s}$$

Reponse C

Exercice 5:

$$\text{Pour une jante } I = mR^2$$

$$\text{Périmètre jante} = 2\pi R$$

$$\text{Masse jante} = 2\pi R$$

$$\text{d'où } I_{\text{jante}} = 2\pi R \times R^2 = 2\pi R^3$$

$$I_1 = 2\pi R_1^3 \quad \text{si } R_2 = 2R_1 \quad I_2 = 2\pi (2R_1)^3$$

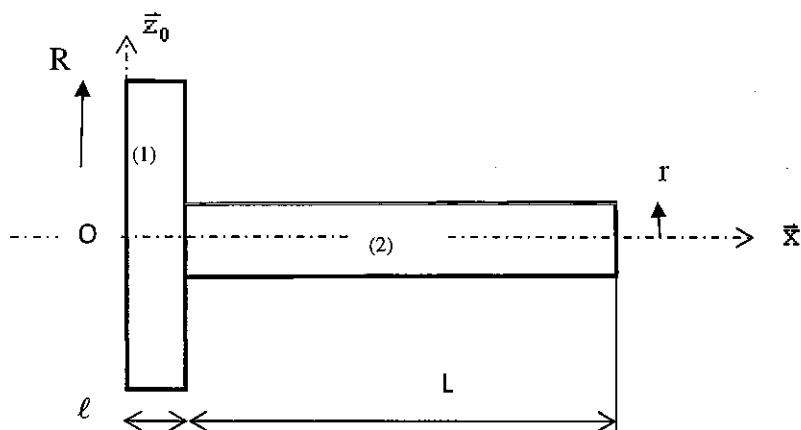
$$\Rightarrow I_2 = 8 I_1$$

Reponse C



EXERCICE 6 : MOMENTS D'INERTIE et DYNAMIQUE du SOLIDE en ROTATION

20 pts



On considère deux arbres en acier ($\rho=7800\text{kg.m}^{-3}$) avec des dimensions différentes ayant la même forme ci-contre (2 parties cylindriques (1) et (2) accolées).

a) Donner l'expression littérale de la masse de l'arbre $M = m_1 + m_2$
Exprimer $M = f(R, L, r, l)$

b) Donner l'expression littérale du moment d'inertie de l'arbre par rapport à son axe (O, \vec{x}) .

$I_{Ox}(S) = I_{Ox}(1) + I_{Ox}(2)$
Exprimer $I_{Ox}(S) = f(R, L, r, l)$

c) On considère l'arbre A ayant les dimensions suivantes :

$$r=10 \quad L=150 \quad R=100 \quad \ell=10 \text{ mm}$$

Calculer la masse de cet arbre et son moment d'inertie $I_{Ox}(A)$

d) On considère l'arbre B ayant les dimensions suivantes :

$$r=8 \quad L=150 \quad R=114,8 \quad \ell=8 \text{ mm}$$

Calculer la masse de cet arbre et son moment d'inertie $I_{Ox}(B)$

Calculez le rapport $\frac{I_{Ox}(B)}{I_{Ox}(A)}$. Que peut-on dire des masses m_A et m_B

Quelles sont vos observations ?

e) On monte ces 2 arbres sur un dispositif permettant de les faire tourner autour de leur axe. Ce dispositif a un couple de frottement $C_f = 0,1 \text{ mN}$

On lance les arbres A puis B à la vitesse de 3000t/mn puis on les désaccouple du moteur.

Calculez les temps t_A et t_B au bout desquels les arbres seront à l'arrêt. On suppose la décélération $\dot{\omega} = C t e$
Comment expliquez-vous une telle différence des temps d'arrêt ?

f) On désire accélérer ces 2 arbres de 0 à 3000t/mn en 2 secondes.

Quel couple moteur faut-il fournir ? Comment expliquez-vous cette différence ?

Vous présenterez vos résultats sous forme de tableau (voir page 3)

Exercice 6

Masse de l'arbre M

$$m_1 = \rho \pi R^2 l$$

$$m_2 = \rho \pi r^2 L$$

$$M = m_1 + m_2 = \rho \pi (R^2 l + r^2 L)$$

Moment d'inertie de (1)

$$I_{Ox(1)} = \frac{1}{2} m_1 R^2 = \frac{\rho \pi R^2 l \times R^2}{2} = \frac{\rho \pi R^4 l}{2}$$

Moment d'inertie de (2)

$$I_{Ox(2)} = \frac{1}{2} m_2 r^2 = \frac{\rho \pi r^2 L \times r^2}{2} = \frac{\rho \pi r^4 L}{2}$$

Moment d'inertie de l'arbre entier

$$I_{Ox(S)} = I_{Ox(1)} + I_{Ox(2)} = \frac{\rho \pi (R^4 l + r^4 L)}{2}$$

A.N: Arbre A
 $r = 10$

$$L = 150$$

$$R = 100$$

$$l = 10$$

$$M = 7800 \times \pi (0,1^2 \times 0,010 + 0,01^2 \times 0,15)$$
$$= 2,818 \text{ kg}$$

$$I_{Ox(A)} = \frac{7800 \pi (0,1^4 \times 0,01 + 0,01^4 \times 0,15)}{2}$$
$$= 0,01227 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

Arbre B

$$r = 8$$

$$L = 150$$

$$R = 114,8$$

$$l = 8$$

$$M = 2,819 \text{ kg}$$

$$I_{Ox(B)} = 0,01703 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

$$\frac{I_{Ox(B)}}{I_{Ox(A)}} = 1,38$$

On voit que le fait d'augmenter R permet d'augmenter de 38% $I_{Ox(S)}$

Suite Exercice 6

$$I_{Ox} \dot{\omega} = C_m - C_r \quad \text{avec } C_m = 0$$

$$\dot{\omega} = -\frac{C_r}{I_{Ox}}$$

$$\omega_0 = \frac{\pi \times 3000}{30} = 100\pi \text{ rad/s}$$

	Arbre A	Arbre B
$\dot{\omega} = \frac{-C_r}{I_{Ox}}$	$\frac{-0,1}{0,01227} = -8,15 \text{ rad/s}^2$	$\frac{-0,1}{0,01703} = -5,87 \text{ rad/s}^2$
$\omega = \dot{\omega}t + \omega_0$ $0 = \dot{\omega}t + \omega_0$ $\Rightarrow t = -\frac{\omega_0}{\dot{\omega}}$	$-\frac{100\pi}{-8,15} = 38,5 \text{ s}$	$-\frac{100\pi}{-5,87} = 53,5 \text{ s}$
$\omega = \dot{\omega}t + \omega_0$ $\dot{\omega} = \frac{\omega}{t} = \frac{100\pi}{2} = 50\pi$ $C_m = I_{Ox} \dot{\omega} + C_r$	$0,01227 \times 50\pi + 0,1$ $= 2,02 \text{ mN}$	$0,01703 \times 50 \times \pi + 0,1$ $= 2,77 \text{ mN}$



Studium Mechatronik Trinational
Formation Trinationale Mécatronique

NOM :

PRENOM :

Expressions littérales	Application num. - ARBRE A	Application num. - ARBRE B
a) Masse de l'arbre $M = m_1 + m_2$ $= 2\pi(R^2l + r^2L)$	$M_A = 7800\pi(0,1^2 \times 0,10 + 0,01^2 \times 0,15)$ $= 2,450 + 0,368$ $M_A = 2,818 \text{ kg}$	$M_B = 7800\pi(0,148^2 \times 0,008 + 0,008^2 \times 0,15)$ $= 2,584 + 0,235$ $M_B = 2,819 \text{ kg}$
b) $I_{ox} = \frac{1}{2} m R^2$ $I_{ox(A)} = \frac{\rho \pi R^2 l R^2}{2} = \frac{\rho \pi R^4 l}{2}$ $I_{ox(B)} = \frac{\rho \pi r^2 L r^2}{2} = \frac{\rho \pi r^4 L}{2}$	$I_{ox(A)} = \frac{7800\pi}{2}(0,1^4 \times 0,10 + 0,01^4 \times 0,15)$ $I_{ox(A)} = 0,01227 \text{ m}^2 \text{ kg}$	$I_{ox(B)} = \frac{7800\pi}{2}(0,148^4 \times 0,008 + 0,008^4 \times 0,15)$ $I_{ox(B)} = 0,01703 \text{ m}^2 \text{ kg}$
$\frac{I_{ox(B)}}{I_{ox(A)}} = 1,38$	Commentaires : les masses M_A et M_B sont identiques ; le fait d'augmenter faiblement R permet d'augmenter de 38% I_{ox} (R^4)	
e) Décélération Angulaire $\dot{\omega}$ $I_{ox} \dot{\omega} = C_m - C_r (C_m = 0)$ $\dot{\omega} = -\frac{C_r}{I_{ox}}$	$\dot{\omega}_A = -\frac{0,1}{0,01227}$ $= -8,15 \text{ rad/s}^2$	$\dot{\omega}_B = -\frac{0,1}{0,01703}$ $= -5,87 \text{ rad/s}^2$
e) Temps d'arrêt t $\omega = \dot{\omega}t + \omega_0$ $0 = \dot{\omega}t + \omega_0$ $t = -\frac{\omega_0}{\dot{\omega}}$	$t_A = -\frac{\omega_0}{\dot{\omega}} = -\frac{\pi \times 3000}{30 \times (-8,15)}$ $t_A = 38,5 \text{ s}$	$t_B = -\frac{\omega_0}{\dot{\omega}} = -\frac{\pi \times 3000}{30 \times (-5,87)}$ $t_B = 53,5 \text{ s}$
f) Accélération Angulaire $\dot{\omega}$ $\omega = \dot{\omega}t + \omega_0$ $\dot{\omega} = \frac{\omega}{t} = \frac{\omega}{2}$	$\dot{\omega} = \frac{\omega}{t} = \frac{100\pi}{2} = 50\pi \text{ rad/s}^2$	
Couple moteur C_m $C_m = I_{ox} \dot{\omega} + C_r$	$C_{mA} = 0,01227 \times 50 \times \pi + 0,1$ $= 2,02 \text{ mN}$	$C_{mB} = 0,01703 \times 50\pi + 0,1$ $= 2,77 \text{ mN}$